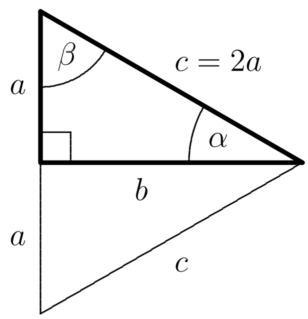
Brückenkurs Mathematik für Studierende der Chemie
Lösungen zu Übung 4

Trigonometrie

1. Durch Halbieren eines gleichseitigen Dreiecks ($\alpha = \beta/2$, s. Abb.) entsteht ein rechtwinkliges Dreieck der gezeigten Gestalt. Aus $a^2 + b^2 = c^2$ (Satz des Pythagoras) und $c = 2a$ folgt:

$$b^2 = c^2 - a^2 = 3a^2 \qquad \Rightarrow \qquad b = \sqrt{3}\,a$$

Und aus $\alpha + \beta + \gamma = 180°$ (Winkelsumme im Dreieck) folgt mit $\alpha = \beta/2$ sowie $\gamma = 90°$, dass $\alpha = 30°$ und $\beta = 60°$ ist. Damit ergeben sich die folgenden Werte für die trigonometrischen Funktionen der Winkel:



φ	$\sin(\varphi)$	$\cos(\varphi)$	$\tan(\varphi)$	$\cot(\varphi)$
$30°$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$
$60°$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$
$90°$	1	0	—	0

2. Ist $\varphi_\mathrm{R} = b/r$ der Winkel in Bogenmass und φ_G derselbe Winkel in Grad, so dient die Beziehung $b/U = \varphi_\mathrm{R}/(2\pi) = \varphi_\mathrm{G}/360°$ zur Umrechnung ($U = 2\pi r$ Umfang des Kreises mit Radius r, b Länge des Bogens, den die Schenkel des Winkels aus diesem Kreis mit Radius r trennen). Also ist $\varphi_\mathrm{R} = 2\pi(\varphi_\mathrm{G}/360°)$. Es folgt daraus:

$$90° \mathrel{\widehat{=}} \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}\,, \quad 60° \mathrel{\widehat{=}} \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}\,, \quad 45° \mathrel{\widehat{=}} \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}\,, \quad 180° \mathrel{\widehat{=}} \frac{2\pi}{2} = \pi\,, \quad 270° \mathrel{\widehat{=}} \frac{3}{4}\cdot 2\pi = \frac{3\pi}{2}\,.$$

3. Zum Wert $\sin(\alpha) = 0{,}7$ gehört zunächst $\cos^2(\alpha) = 1 - \sin^2(\alpha) = 1 - 0{,}49 = 0{,}51$. Daraus folgt dann $\cos(\alpha) = \pm\sqrt{0{,}51} \approx \pm 0{,}7141$. (Es ist dann aus dem Kontext der Aufgabe heraus ggf. zu entscheiden, ob der positive oder der negative Wert zu verwenden ist — oder beide.)

4. Wegen des Symmetrieverhaltens der Funktionen genügt die Betrachtung ihres Verhaltens im Intervall $0 \le x \le 2\pi$.