

Prof. Dr. Dr. h.c. mult. Martin Grötschel
Dr. Axel Werner
Torsten Klug
Benedikt Bodendorf

9. Übungsblatt

Abgabetermin: 19.12.2014 bis 14:15 in MA041

Aufgabe 33.

6 Punkte

Überlegt euch eine nicht triviale Problemstellung, die ihr schon immer einmal lösen bzw. optimieren wolltet. Beschreibt euer Problem und versucht es so zu modellieren, dass es, mit den in der Vorlesung behandelten Methoden, in Polynomialzeit gelöst werden kann.

Aufgabe 34.

3 Punkte

Seien $a_i \in \mathbb{Z}^n$ für $i = 1, \dots, m$ und $b \in \mathbb{Z}^m$. Definiere

$$P_I = \text{conv} \{x \in \{0, 1\}^n \mid a_i^T x \leq b_i, i = 1, \dots, m\},$$
$$P_I^i = \text{conv} \{x \in \{0, 1\}^n \mid a_i^T x \leq b_i\} \quad \forall i = 1, \dots, m.$$

a) Zeigt, dass $P_I \subseteq \bigcap_{i=1}^m P_I^i$.

b) Konstruiert ein Beispiel, sodass in a) Ungleichheit vorliegt.

Aufgabe 35.

6 Punkte

Bestimmt alle nichttrivialen Seitenflächen des Polyeders $P(A, b) \subseteq \mathbb{R}^3$, das definiert ist durch

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 - x_3 &\leq 0, \\-x_1 + x_2 - x_3 &\leq 0, \\-x_1 - x_2 + x_3 &\leq 0, \\x_i &\leq 1, \quad i = 1, 2, 3.\end{aligned}$$

Überlegt euch, wie die Seitenflächen sinnvoll angegeben werden können. Wer nicht mit der Hand rechnen will, sollte sich das Programm POLYMAKE (<http://polymake.org>) anschauen.

Aufgabe 36.**5 Punkte**

Gegeben sei das folgende lineare Programm (LP) in Standardform

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + x_2 \\ & 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 12 \\ & x_1 + x_4 = 5 \\ & x_1 + 4x_2 + x_5 = 16 \\ & x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4, 5 \end{aligned}$$

und ein Vektor $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)^T = (0, 4, 0, 5, 0)^T$.

Beantwortet die folgenden Fragen:

- Wie viele Basen hat das (LP)?
- Wie viele zulässige Basen gibt es?
- Ist x eine Lösung des (LP)?
- Ist x eine zulässige Basislösung?
- Wie viel verschiedene Basen definieren den Vektor x ?