

Prof. Dr. Dr. h.c. mult. Martin Grötschel
Dr. Axel Werner
Torsten Klug
Benedikt Bodendorf

4. Übungsblatt

(Bäume, Arboreszenzen)

Abgabetermin: 14.11.2012 bis 14:15 in MA041

Aufgabe 13.

4 Punkte

Zeigt, dass in einem Tiefensuchbaum eines ungerichteten, zusammenhängenden Graphen, die Knoten einer Clique alle auf dem Weg von einem Blatt zur Wurzel liegen.

Aufgabe 14.

6 Punkte

Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph und seien $G' = (V, E')$, $G'' = (V, E'')$ zwei aufspannende Bäume von G , die sich in genau k Kanten unterscheiden, d. h. $|E' \setminus (E' \cap E'')| = |E'' \setminus (E'' \cap E')| = k$. Zeigt, dass es $k + 1$ aufspannende Bäume $G_i = (V, E_i)$, $i = 0, 1, \dots, k$, von G gibt, sodass $G_0 = G'$, $G_k = G''$ und $|E_i \setminus (E_i \cap E_{i+1})| = |E_{i+1} \setminus (E_i \cap E_{i+1})| = 1$, für $i = 0, 1, \dots, k - 1$.

Aufgabe 15.

5 Punkte

Beweist den folgenden Satz! Verwendet dazu den Ringschluss

(1) \Rightarrow (2) \Rightarrow (3) \Rightarrow (4) \Rightarrow (5) \Rightarrow (1).

Satz: Sei $D = (V, A)$ ein Digraph mit $n \geq 2$ Knoten. Dann sind die folgenden Aussagen äquivalent:

- (1) D ist eine Arboreszenz.
- (2) D hat $n - 1$ Bögen und ist quasi-stark zusammenhängend.
- (3) D enthält einen Knoten r , so dass es in D für jeden anderen Knoten v genau einen gerichteten (r, v) -Weg gibt.
- (4) D ist quasi-stark zusammenhängend, besitzt einen Knoten r mit $\delta^-(r) = 0$ und erfüllt $\delta^-(v) = 1$ für alle $v \in V \setminus \{r\}$.
- (5) D enthält keinen Kreis, einen Knoten r mit $\delta^-(r) = 0$ und erfüllt $\delta^-(v) = 1$ für alle $v \in V \setminus \{r\}$.

Aufgabe 16.

5 Punkte

Beweist Satz 5.8 aus dem Skript!

Satz: Der Algorithmus GREEDY-MAX arbeitet korrekt.

Fragen: klug@zib.de