Technische Universität Berlin
Institut für Mathematik

ADM I - Einführung in die Lineare und Kombinatorische Optimierung
Wintersemester 14/15

Prof. Dr. Dr. h.c. mult. Martin Grötschel
Dr. Axel Werner
Torsten Klug
Benedikt Bodendorf

2. Übungsblatt

Abgabetermin: 31.10.2014 bis 14:15 in MA041

Aufgabe 5. 6 Punkte

Eine Nahrungsmittelfirma stellt aus Nüssen, Haferflocken und Rosinen drei Sorten Müsli (A, B, C) her. Die Mischungsverhältnisse sind wie folgt gegeben:

	A	B	C
Nüsse	2	3	1
Haferflocken	4	1	2
Rosinen	3	4	2

d. h. eine Einheit Müsli A enthält zwei Einheiten Nüsse, 4E Haferflocken und 3E Rosinen, etc. Beim Verkauf einer Einheit Müsli A erzielt die Firma einen Gewinn von 5 Euro, der Verkauf von B bringt 4 Euro, der Verkauf von C 3 Euro Gewinn. Die Firma kann maximal 5000E Nüsse, 11000E Haferflocken und 8000E Rosinen beschaffen.

a) Formuliert das Problem, einen Produktionsplan mit maximalem Gewinn zu bestimmen, als lineares Programm (LP).

b) Bestimmt das duale LP.

c) Gebt möglichst gute untere und obere Schranken für den erzielbaren Gewinn an. Begründet jeweils, warum dies untere und obere Schranken sind.

Aufgabe 6. 4 Punkte

a) Beschreibt die folgenden Mengen mit Hilfe linearer Ungleichungen:

- $\{x \in \mathbb{R}^n \colon |x_i| \leq 1, i = 1, \ldots, n\}$
- $\{x \in \mathbb{R}^n \colon \sum_{i=1}^n |x_i| \leq 1\}$

b) Schreibt das folgende Problem als lineares Programm:

$$\min \max\{c^T x + c_0, d^T x + d_0\}$$
$$Ax \geq b$$

Aufgabe 7. **5 Punkte**

Zeigt, dass man einen Algorithmus zur Lösung des perfekten Matchingproblems dazu verwenden kann, in einem ungerichteten Graphen (mit positiver Kantenbewertung) einen kürzesten $[u, v]$-Weg mit gerader Kantenzahl zu finden.

Aufgabe 8. **5 Punkte**

Ein zusammenhängender Digraph $D = (V, A)$ heißt *eulersch*, falls es einen gerichteten geschlossenen Pfad gibt, der jeden Bogen $a \in A$ genau einmal benutzt (Eulertour).

Zeigt, dass folgende Aussagen für einen zusammenhängenden Digraphen D äquivalent sind:

1. D ist eulersch.
2. A ist die Vereinigung paarweise bogendisjunkter gerichteter Kreise.
3. Für jeden Knoten $v \in V$ sind Außengrad und Innengrad gleich:

$$|\delta^+(v)| = |\delta^-(v)|.$$