

Prof. Dr. Dr. h.c. mult. Martin Grötschel  
Dr. Axel Werner  
Torsten Klug  
Benedikt Bodendorf

## 10. Übungsblatt

Abgabetermin: 9.01.2014 bis 14:15 in MA041

### Aufgabe 37.

5 Punkte

Betrachtet das folgende lineare Programm mit nur einer Nebenbedingung.

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^n c_i x_i, \\ \text{s.d.} \quad & \sum_{i=1}^n a_i x_i = b \\ & x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, n \end{aligned}$$

- Denkt euch einen einfachen Test aus mit dem die Zulässigkeit geprüft werden kann.
- Angenommen es existiert eine endliche Optimallösung. Entwickelt eine einfache Methode mit der man die Optimallösung direkt erhält.

### Aufgabe 38.

5 Punkte

Betrachtet das lineare Programm (P)

$$\begin{aligned} \max \quad & c^\top x \\ & Ax = b \end{aligned}$$

mit  $P(A, b) \neq \emptyset$ .

Zeigt, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind.

- (P) hat eine optimale Lösung.
- Alle zulässigen Lösungen von (P) sind optimal.
- $c$  ist eine Linearkombination von Zeilen aus  $A$ .

**Aufgabe 39.****5 Punkte**

Solange nichts anderes gesagt, betrachte das lineare Programm in Standardform

$$\begin{aligned} \max \quad & c^\top x \\ & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

dass alle Generalvoraussetzung (9.2) aus Kapitel 9. des Vorlesungsskriptes einhält. Zeigt oder widerlegt jede der folgenden Aussagen.

- a) Eine Nichtbasisvariable, die in einer Iteration des Simplex-Algorithmus in die Basis aufgenommen wird, kann in der nächsten Iteration, die Basis nicht direkt wieder verlassen.
- b) Eine Basisvariable, die in einer Iteration des Simplex-Algorithmus die Basis verlassen hat, kann in der nächsten Iteration nicht direkt wieder aufgenommen werden.
- c) Gilt  $A = A^\top$ , dann ist jede zulässige Lösung des linearen Programms

$$\begin{aligned} \max \quad & c^\top x \\ & Ax = c \end{aligned}$$

optimal.

- d) Wurde eine unbeschränkte Variable  $x_j$  ersetzt durch  $x_j^+ - x_j^-$  ( $x_j^+, x_j^- \geq 0$ ), dann ist in jedem Schritt des Simplex-Algorithmus höchstens eine der beiden Variablen  $x_j^+, x_j^-$  ungleich 0.

**Aufgabe 40.****5 Punkte**

Weihnachtsgeschenk!

Wer die Aufgabe mit "Frohes Neues Jahr!" beantwortet, bekommt 5 Punkte.

Frohe Weihnachten  
und  
einen guten Rutsch ins neue Jahr!