Technische Universität Berlin
Institut für Mathematik

ADM I - Einführung in die Lineare und
Kombinatorische Optimierung
Wintersemester 12/13

Prof. Dr. Dr. h.c. mult. Martin Grötschel
Dr. Benjamin Hiller

Übungsblatt 4

Abgabetermin: 15.11.2012 bis 16:15 in MA043

Aufgabe 13. 10 Punkte

Für diese Aufgabe definieren wir einige Probleme:

TSP-Entscheidungsproblem:

Gegeben: Ein vollständiger ungerichteter Graph $G = (V, E)$ mit Kantenbewertung $c : E \to \mathbb{N}$ und eine Zahl $K \in \mathbb{N}$.
Frage: Gibt es in G einen einfachen Kreis durch alle Knoten („Tour“) der Länge $\leq K$ (Länge = Summe der Kantengewichte auf dem Kreis)?

Hamiltonian Circuit:

Gegeben: Ein ungerichteter Graph G.
Frage: Enthält G einen Hamiltonkreis,
d.h. einen einfachen Kreis durch alle Knoten von G?

Hamiltonian Path:

Gegeben: Ein ungerichteter Graph G.
Frage: Enthält G einen Hamiltonweg,
d.h. einen einfachen Weg durch alle Knoten von G?

u-v-Hamiltonian Path:

Gegeben: Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$
und zwei verschiedene Knoten $u, v \in V$.
Frage: Enthält G einen Hamiltonweg, der bei u startet und bei v endet?

Bemerkung: Alle genannten Probleme können auch auf gerichteten Graphen betrachtet werden. Man sucht dann gerichtete einfache Kreise bzw. gerichtete einfache Wege durch alle Knoten.

In der folgenden Aufgabe darf vorausgesetzt werden, dass Hamiltonian Circuit über ungerichteten Graphen NP-vollständig ist.

Zeigt die NP-Vollständigkeit der folgenden Probleme:

a) TSP-Entscheidungsproblem,

b) u-v-Hamiltonian Path,

c) Hamiltonian Path,

d) alle genannten Probleme auf gerichteten Graphen.

Aufgabe 14. **5 Punkte**

Bestimmen Sie die Laufzeitfunktion und die Speicherplatzfunktion des folgenden Algorithmus:

Eingabe: ganze Zahl n

$k := \langle n \rangle$
for $i = 1, \ldots, k$ **do**
    $n := n \cdot n \cdot n$
end for
Gib n aus.

Aufgabe 15. **5 Punkte**

Sei T ein Baum auf n Knoten welche mit $1, \ldots, n$ bezeichnet sind. Sei $D = (d_{ij})$ die Distanzmatrix von T, d.h. $d_{ij} = d_T(i, j)$, wo $d_T(i, j)$ die Anzahl der Kanten auf dem Weg von Knoten i zu Knoten j in T ist. Beweist, dass $\det(D) = (-1)^{n-1}(n-1)2^{n-2}$ gilt. Bemerkenswert ist, daß dies nur von n abhängt.

Fragen: klug@zib.de