Technische Universität Berlin
Institut für Mathematik

ADM I - Einführung in die Lineare und
Kombinatorische Optimierung
Wintersemester 12/13

Prof. Dr. Dr. h.c. mult. Martin Grötschel
Dr. Benjamin Hiller

Übungsblatt 13

Abgabetermin: 31.01.2013 bis 16:15 in MA043

Aufgabe 44. **5 Punkte**

Löst das folgende lineare Programm unter Verwendung des Simplexalgorithmus (Phase I und Phase II) oder der BIG-M Methode.

$$\begin{array}{lrcrcrcrcr}
\max & x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & & & & \\
 & x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & & & = & 15 \\
 & 2x_1 & + & x_2 & + & 5x_3 & & & = & 20 \\
 & x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & + & x_4 & = & 10 \\
 & x_1 & , & 2x_2 & , & x_3 & , & x_4 & \geq & 0
\end{array}$$

Aufgabe 45. **5 Punkte**

Zeigt, dass in Phase I des Simplexalgorithmus, sobald eine künstliche Variable die Basis verlassen hat, sie nicht noch einmal in die Basis aufgenommen wird. Die Spalte kann also aus dem Tableau entfernt werden, sobald sie die Basis verlassen hat.

Aufgabe 46. **5 Punkte**

Das Polyeder $P(A,b)$ sei gegeben durch:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

a) Stellt $P(A,b)$ graphisch dar und bestimmt mit Hilfe von Fourier-Motzkin-Eliminationen alle Ecken.

b) Formt $P(A,b)$ in ein Polyeder $P^{=}(\bar{A},\bar{b})$ um.

c) Bestimmt alle regulären $(3,3)$-Untermatrizen von $\bar{A}$

d) Berechnet alle Basislösungen und ordnet diese den Ecken zu. Welche Ecken bzw. Basislösungen sind degeneriert und welche sind zulässig?

Aufgabe 47. **5 Punkte**

Betrachtet das folgende lineare Programm mit nur einer Nebenbedingung.

$$
\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{i=1}^{n} c_i x_i, \\
\text{s.d.} \quad & \sum_{i=1}^{n} a_i x_i = b \\
& x_i \geq 0, \quad i = 1, \ldots, n
\end{aligned}
$$

a) Denkt euch einen einfach Test aus mit dem die Zulässigkeit geprüft werden kann.

b) Angenommen es existiert eine endliche Optimallösung. Entwickelt eine einfache Methode mit der man die Optimallösung direkt erhält.

Fragen: klug@zib.de