Technische Universität Berlin
Institut für Mathematik

ADM I - Einführung in die Lineare und Kombinatorische Optimierung
Wintersemester 12/13

Prof. Dr. Dr. h.c. mult. Martin Grötschel
Dr. Benjamin Hiller

Übungsblatt 11

Abgabetermin: 17.01.2013 bis 16:15 in MA043

Aufgabe 36. **3+2 Punkte**

Betrachtet den zulässigen Bereich eines LPs in Standardform, $P = \{x \in \mathbb{K}^n | Ax = b, x \geq 0\}$. Wir nehmen an, dass die $(m \times n)$-Matrix A linear unabhängige Zeilen hat und alle zulässigen Basislösungen des Programms nicht degeneriert sind. Sei x eine zulässige Lösung mit exakt m positiven Komponenten.

1. Zeigt, dass x eine zulässige Basislösung ist.
2. Zeigt, dass a) nicht gilt, wenn man auf die Nichtdegeneriertheitsannahme verzichtet.

Aufgabe 37. **5 Punkte**

Sei $P = \{x \in \mathbb{K}^n | Ax \leq b\} \neq \emptyset$ ein Polyeder und gelte für jedes x_i entweder die Ungleichung $x_i \geq 0$ oder $x_i \leq 0$. Ist es wahr, dass P mindestens eine zulässige Basislösung besitzt.

Aufgabe 38. **2+2+2 Punkte**

Betrachtet das Ployeder $P = \{x \in \mathbb{K}^n | Ax = b, x \geq 0\}$ in Standardform mit $\mathsf{rang}(A) = m$.

a) Angenommen zwei Basen führen zur gleichen Basislösung. Zeigt, dass diese Basislösung degeneriert ist.

b) Betrachetet eine degenerierte Basislösung. Beweist oder wiederlegt, dass diese Lösung zu zwei oder mehr Basen gehört.

c) Sei x eine degenerierte Basislösung. Beweist oder wiederlegt, dass es eine adjazente degenerierte Basislösung gibt.

Aufgabe 39. **3+1 Punkte**

Gegeben sei das folgende lineare Programm

$$
\begin{array}{lrcrcrcrcl}
\min & x_1 & - & 2x_2 & - & 4x_3 & + & 4x_4 & & \\
s.t. & & - & x_2 & + & 2x_3 & + & x_4 & \leq & 4 \\
 & -2x_1 & + & x_2 & + & x_3 & - & 4x_4 & \leq & 5 \\
 & x_1 & - & x_2 & & & + & 2x_4 & \leq & 3 \\
 & & & & & x_1, \ x_2, & x_3, & x_4 & \geq & 0
\end{array}
$$

a) Identifiziert einen Extremalstrahl, auf dem die Zielfunktion nach unten unbeschränkt ist.

b) Bestimmt eine zulässige Lösung mit Zielfunktionswert -415.

Denkt bitte an die Abgabe des Meilensteins!

Fragen: klug@zib.de