

Prof. Dr. Dr. h.c. mult. Martin Grötschel
Dr. Axel Werner
Torsten Klug

8. Übungsblatt

Abgabetermin: 17.06.2015 bis 10:15 in MA041

Aufgabe 24.

10 Punkte

a) Betrachte das Polyeder $P = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax \leq b\}$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -6 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad b = \begin{pmatrix} 4 \\ -9 \end{pmatrix}$$

Wie viele Iterationen benötigt die Ellipsoidmethode höchstens, um zu entscheiden, ob P leer ist oder nicht?

b) In der ersten Iteration der Ellipsoidmethode seien $a_1 = (0, 0)$ und $A_1 = 2I$ gegeben. Sei $x + y \leq -1$ eine der verletzten Ungleichungen. Bestimme a_2 und A_2 und stelle die Ellipsoide E_1 und E_2 sowie die Geraden $g := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y = -1\}$ und $g_t := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y = 0\}$ graphisch dar.

Aufgabe 25.

10 Punkte

Sei $s \in \mathbb{N}$,

$$\mathbf{A} := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -2^s & -1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{b} := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Sei $P := \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 \mid \mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}\}$. Findet eine zulässige Lösung mit der Ellipsoidmethode für $s = 0$ und $s = 1$.

Aufgabe 26.

10 Punkte

Seien die Vektoren $v_k \in \mathbb{R}^n$, $0 \leq k \leq n$ gegeben und sei

$$Q = \left\{ x \in \mathbb{R}^n \mid x = \sum_{k=0}^n \lambda_k v_k, \sum_{k=0}^n \lambda_k = 1, \lambda_k \geq 0 \right\}$$

die Menge ihrer Konvexkombinationen. Beweist, dass

$$\text{Vol}(Q) = \frac{1}{n!} \left| \det \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 \\ v_0 & \dots & v_n \end{pmatrix} \right|.$$

Fragen: klug@zib.de