Prof. Dr. Dr. h.c. mult. Martin Grötschel
Dr. Axel Werner
Torsten Klug

6. Übungsblatt

Abgabetermin: 03.06.2015 bis 10:15 in MA041

Aufgabe 16. **10 Punkte**

Für das Problem, ein gegebenen Euro-Betrag mit möglichst wenigen Münzen und Scheinen auszahlen, wird der Greedy-Algorithmus angewendet, der für den jeweils zu zahlenden Restbetrag immer die größtmögliche Münze bzw. den größtmöglichen Schein auszahlt und dann iteriert.

a) Zeigt, dass der Greedy-Algorithmus optimal arbeitet.

b) Arbeitet der Greedy-Algorithmus auch dann noch korrekt, wenn zusätzlich 30 Cent bzw. 40 Cent Münzen eingeführt würden? Wie groß ist der maximale Fehler?

Aufgabe 17. **10 Punkte**

Zeigt die folgenden Aussagen:

a) Sei $G = (V, E)$ ein einfacher Graph (schlingenfrei, keine parallelen Kanten). Eine Teilmenge $F \subseteq E$ ist abgeschlossen und inseparabel im graphischen Matroid auf E genau dann, wenn

- entweder $F = \{e\}$, $e \in E$ gilt
- oder wenn F die Kantenmenge eines knoteninduzierten Untergraphen $(W, E(W))$ mit $|W| \geq 3$ ist, der 2-fach knotenzusammenhängend ist.

b) Sei $(E, \mathcal{I})$ das Partitionsmatroid auf E, das definiert ist durch $E_1, \ldots, E_k \subseteq E$ und $b_1, \ldots, b_k$ mit $1 \leq b_i < |E_i|$ für alle $i = 1, \ldots, k$. $F \subseteq E$ ist genau dann abgeschlossen und inseparabel in $\mathcal{I}$, wenn $F = E_i$ für ein $i \in \{1, \ldots, k\}$ oder $F = \{e\}$, $e \in E_i$ für ein $i = \{1, \ldots, k\}$ mit $b_i \geq 2$ gilt.

Aufgabe 18. **10 Punkte**

Wir betrachten den vollständigen Graphen $K_7 = (V, E)$ mit sieben Knoten $\{1, \ldots, 7\}$. $\mathcal{I}$ sei das Unabhängigkeitssystem auf E, das aus allen hamiltonschen Kreisen in K_7 und allen Teilmengen davon besteht. Betrachte die Zielfunktion, die sich aus den Kantengewichten in Abbildung 1 ergibt. Alle nicht gezeichneten Kanten haben den Wert 0.

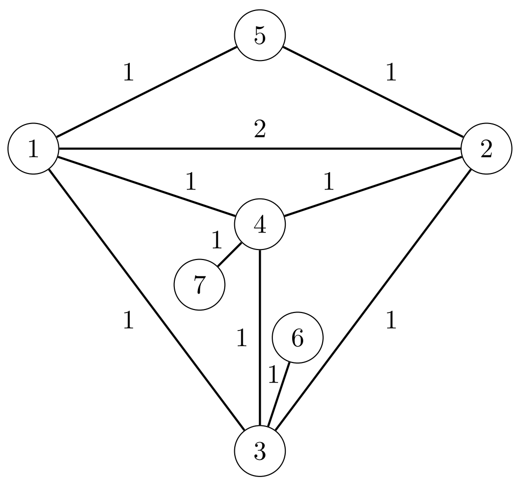

Abbildung 1: Graph

(a) Findet ein Element von $\mathcal{I}$ mit maximalem Wert c_0 (Beweis!).

(b) Die Ungleichungen

$$\begin{aligned} x(\delta(v)) &\leq 2, && \forall v \in V \\ x(E(W)) &\leq |W| - 1, && 2 \leq |W| \leq 6 \end{aligned}$$

sind offensichtlich Rangungleichungen. Findet einen nichtnegativen Vektor $x^* \in \mathbb{K}^E$, der diese Rangungleichungen erfüllt und dessen Zielfunktionswert größer als c_0 ist.

Letztes Blatt der ersten Semesterhälfte!!!

Fragen: klug@zib.de