Technische Universität Berlin
Institut für Mathematik

ADM II - Diskrete Optimierung
Sommersemester 15

Prof. Dr. Dr. h.c. mult. Martin Grötschel
Dr. Axel Werner
Torsten Klug

4. Übungsblatt

Abgabetermin: 18.05.2015 bis 12:15 in MA041

Aufgabe 10. **10 Punkte**

Ein Matroid ist ein Paar $(E, \mathcal{I})$, bestehend aus einer Grundmenge E und einem Unabhängigkeitssystem $\mathcal{I} \subseteq 2^E$, das eine der folgenden äquivalenten Bedingungen erfüllt:

(I.3) $I, J \in \mathcal{I}, |I| = |J| - 1 \quad \Rightarrow \quad \exists j \in J \setminus I$ mit $I \cup \{j\} \in \mathcal{I}$,

(I.3′) $I, J \in \mathcal{I}, |I| < |J| \quad \Rightarrow \quad \exists K \subseteq J \setminus I$ mit $|I \cup K| = |J|$, so dass $I \cup K \in \mathcal{I}$,

(I.3″) $F \subseteq E$ und B, B' Basen von $F \quad \Rightarrow \quad |B| = |B'|$.

Zeigt die Äquivalenz der Bedingungen (I.3), (I.3′) und (I.3″).

Aufgabe 11. **10 Punkte**

a) Zeigt, dass $U_{2,4}$ nicht binär ist.

b) Für welche Wertbereiche von m und n ist das uniforme Matroid $U_{n,m}$ graphisch.

Aufgabe 12. **10 Punkte**

Gegeben sei ein vollständiger Digraph $D_n = (V, A)$ mit n Knoten. Eine *Tour (gerichteter Hamiltonkreis)* ist ein gerichteter Kreis in D_n, der jeden Knoten enthält. $\mathcal{T}$ ist die Menge aller Touren in D_n. Zeigt, dass das Unabhängigkeitssystem $\tilde{\mathcal{T}}$ der Teilmengen von Touren in D_n,

$$\tilde{\mathcal{T}} := \{I \subseteq A \mid \exists T \in \mathcal{T} \text{ mit } I \subseteq T\},$$

als Durchschnitt von 3 Matroiden darstellbar ist.

Fragen: klug@zib.de