Technische Universität Berlin
Institut für Mathematik

ADM II - Diskrete Optimierung
Sommersemester 15

Prof. Dr. Dr. h.c. mult. Martin Grötschel
Dr. Axel Werner
Torsten Klug

2. Übungsblatt

Abgabetermin: 4.05.2015 bis 12:15 in MA041

Aufgabe 4. **4+4+2 Punkte**

a) Zeigt, dass eine Menge $P \subseteq \mathbb{R}^n$ genau dann ein Polyeder ist, wenn es endliche Teilmengen V, E und L des $\mathbb{R}^n$ mit $P = \mathsf{conv}(V) + \mathsf{cone}(E) + \mathsf{lin}(L)$ gibt.

b) Bestimmt eine solche Zerlegung für das Polyeder $P(A, b)$, wobei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \\ -1 & -2 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

c) Existiert das Maximum der Funktion $c^T x$ mit $c = (3, -2, -1)$ auf $P(A, b)$ (Keine Berechnung erforderlich.)?

Aufgabe 5. **10 Punkte**

Eine nichtleere Seitenfläche F eines Polyeders P mit $\dim(F) = \dim(P) - 2$ heißt *Subfacette* von P. Zeigt, dass es zu jeder Subfacette F von P genau zwei Facetten F_1 und F_2 mit $F_1 \cap F_2 = F$ gibt.

Aufgabe 6. **3+7 Punkte**

Beweist folgende Behauptungen:

a) Jede nichttriviale Seitenfläche eines Polyeders ist Durchschnitt von Facetten des Polyeders.

b) Sei P ein Polyeder mit $\dim(P) = d$ und F eine Seitenfläche von P der Dimension k mit $0 \leq k < d$. Dann gibt es Seitenflächen $F_{k+1}, F_{k+2}, \ldots, F_{d-1}$ von P mit

   (a) $F_{k+1} \subseteq F_{k+2} \subseteq \ldots \subseteq F_{d-1} \subseteq P$,

   (b) $\dim(F_{k+i}) = k + i$, für $i = 1, \ldots, d - k - 1$,

   (Beweis durch Induktion über $d - k$).

Fragen: klug@zib.de