**Aufgabe 0.** **(Tutorial session)**

Wie würden Sie einem (LP)-Löser, der eine Beschreibung der Form

$$\max c^T x \text{ unter } Ax \leq b$$

benötigt, folgende Aufgabe übergeben?

$$\begin{aligned} \max\ & c^T x \\ & x \in \mathsf{conv}(v_1, \ldots, v_k) + \mathsf{cone}(z_1, \ldots, z_l) \end{aligned}$$

Geben Sie eine Formulierung an, die nicht mehr als $k + l$ Variablen benötigt.

**Aufgabe 1.** **(Tutorial session)**

Ein Sportler will bei der nächsten Olympiade an einer neuen Disziplin, dem Auswahl-Zehnkampf, teilnehmen und überlegt nun, wie er sein monatliches Trainingsprogramm von 100 Stunden aufteilen soll. Die Spielregeln für den Auswahl-Zehnkampf sind folgende: In zehn Disziplinen wird eine unerreichbare Leistung als Norm gesetzt (z. B. 10 m im Weitsprung, 3 m im Hochsprung). Nun erbringt der Sportler seine Leistungen in den zehn Disziplinen. Bewertet werden die Leistungen nach dem Prozentsatz der erbrachten Leistungen an der Norm (z. B. 5,20 m Weitsprung bringen 52 Punkte; 2,10 m im Hochsprung bringen 70 Punkte). Neu am Auswahl-Zehnkampf ist aber, dass für jeden Sportler nur seine fünf besten Disziplinen gewertet werden, die anderen fünf werden gestrichen. Wer so nach Bewertung seiner fünf besten Disziplinen die höchste Punktzahl erreicht hat, ist Olympiasieger.

Die Leistungsfähigkeit in den 10 Disziplinen hängt nun ab von der Ausprägung von vier körperlichen Eigenschaften:

- M Muskelkraft
- K Sprungkraft
- S Schnelligkeit
- A Ausdauer

Folgende Gesetztmäßigkeiten sind bekannt für i=1, . . . , 10:

$$\text{Erreichte Punktzahl in Disziplin } i = c_{iM}M + c_{iK}K + c_{iS}S + c_{iA}A + Z_i$$

Das Skalar $c_{ij}$ gibt die Gewichtung der körperlichen Eigenschaft $j$ für Disziplin $i$ an. $Z_i$ ist Konstanten.

Es wird nun versucht $M, K, S$ und $A$ durch Training zu steigern. Ohne Training verfügt er bereits über die Werte $M_0, K_0, S_0$ und $A_0$. Ihm stehen nun 4 Trainingsarten $T_M, T_K, T_S$ und $T_A$ zur Auswahl. $T_M$ steigert $M$ um $m$, $T_S$ steigert $S$ um $s$, $T_K$ steigert $K$ um $k$ und $T_A$ steigert $A$ um $a$ (jeweils pro monatlicher Trainingsstunde). Wie soll er die 100 Stunden aufteilen? Formulieren Sie dies als gemischt-ganzzahliges lineares Problem.

**Aufgabe 2.** **(Tutorial session)**

Eine Versandfirma kann an verschiedenen Orten Auslieferungslager $L_i$ errichten, von denen aus $k$ verschiedene Kundengruppen $D_j$ beliefert werden sollen. Gegeben sind

a) konstante Bau- und Erhaltungskosten $e$ der Auslieferungslager 2. für jedes Lager $L_i$ und jede Kundengruppe $D_j$ die Kosten $c_{ij}$, die entstehen, falls 1 % der Güter für die Kundengruppe $D_j$ durch das Lager $L_i$ geliefert würden.

Die Nachfrage bei den Kunden sei zeitlich konstant und muss erfüllt werden. Welche Lager sollen errichtet werden und in welchem Umfang sollen die Kundengruppen aus den errichteten Lagern beliefert werden? Formulieren Sie das obige Problem als gemischt-ganzzahliges lineares Optimierungsproblem.

**Aufgabe 3.** **(Tutorial session)**

Das Job-Sequencing-Problem sei wie folgt definiert: Gegeben seien $n$ Jobs mit Ausführungszeiten $p_1, \ldots, p_n$ , die auf einer Maschine in irgendeiner Reihenfolge ausgeführt werden sollen. Damit die Maschine den $j$-ten Job ausführen kann, muss sie im Zustand $S_j$ (z. B. bestimmte Drehgeschwindigkeiten) sein. Es sei $t_{ij} = c_{ij} + p_j$ die Zeit, die benötigt wird, um den Job $j$ direkt nach Job $i$ ausführen zu können. Dabei ist $c_{ij}$ die „Umrüstzeit“, um die Maschine von Zustand $S_i$ in $S_j$ zu bringen. Gesucht ist nun die Reihenfolge der Jobs mit Anfangs- und Endzustand $S_0$ und geringstem Zeitaufwand. Man formuliere das Job-Sequencing-Problem als ein (gemischt-)ganzzahliges lineares Optimierungsproblem.

**Aufgabe 4.** **(Tutorial session)**

Nutzt Branch&Bound um folgendes IP zu lösen.

$$\begin{aligned} \max\ 40x_1 + 90x_2 & \\ 9x_1 + 7x_2 &\leq 56 \\ 7x_1 + 20x_2 &\leq 70 \\ x_1, x_2 &\in \mathbb{Z}_+ \end{aligned}$$

**Aufgabe 5.** **(Tutorial session)**

Es sei $(E, F)$ ein Matroid, und es seien $X$ und $Y$ zwei Mengen mit $X \subseteq Y \subseteq E$. Es gibt zwei Basen $B_1$ und $B_2$ von $(E, F)$ mit $X \subseteq B_1$ und $B_2 \subseteq Y$. Zeigt, dass es dann auch eine Basis $B_3$ von $(E, F)$ geben muss mit $X \subseteq B_3 \subseteq Y$.

**Aufgabe 6.** **(Tutorial session)**

Sei $G$ ein zusammenhängender einfacher Graph. Sei

$$\mathcal{F}_G = \{F \subseteq E(G) \mid \text{Jede Komponente von } (V(G), F) \text{ enthält höchstens einen Kreis } \}.$$

Zeigt, dass $(E(G), \mathcal{F}_G)$ ein Matroid ist.