Vorwort

Numerische Mathematik in ihrer algorithmisch orientierten Ausprägung beinhaltet die Konstruktion und das mathematische Verständnis von numerischen Algorithmen, also von Rechenmethoden zur zahlenmäßigen Lösung mathematischer Probleme. Die meisten mathematischen Probleme kommen in unseren Tagen aus vielfältigen Anwendungsgebieten außerhalb der Mathematik. In der Tat haben sich *mathematische Modelle* zur näherungsweisen Beschreibung der Wirklichkeit in den letzten Jahren derart verfeinert, daß ihre Computersimulation die Realität zunehmend genauer widerspiegelt. Treibende Kraft dieser Entwicklung ist der gleichermaßen stürmische Fortschritt bei Computern und Algorithmen. Dabei hat sich gezeigt: nicht nur die Verfügbarkeit immer besserer Computer, sondern mehr noch die Entwicklung immer besserer Algorithmen macht heute immer komplexere Probleme lösbar. Bisher verschlossene Bereiche der Natur– und Ingenieurwissenschaften öffnen sich mehr und mehr einer mathematischen Modellierung und damit der Simulation auf dem Rechner.

Angesichts dieser Entwicklung versteht sich Numerische Mathematik heute als Teil des übergeordneten Gebietes *Scientific Computing*, zu deutsch oft auch als *Wissenschaftliches Rechnen* übersetzt. Dieses Gebiet im interdisziplinären Spannungsfeld von Mathematik, Informatik, Natur– und Ingenieurwissenschaften ist erst in jüngerer Zeit zusammengewachsen. Es wirkt in zahlreiche Zweige der Industrie (Chemie, Elektronik, Robotik, Fahrzeugbau, Luft– und Raumfahrt etc.) hinein und leistet bei wichtigen gesellschaftlichen Fragen (sparsamer und zugleich umweltverträglicher Umgang mit Primärenergie, globale Klimamodelle, Verbreitung von Epidemien etc.) einen unverzichtbaren Beitrag. Als Konsequenz davon haben sich tiefgreifende Änderungen der Stoffauswahl und der Darstellungsweise in Vorlesungen und Seminaren der Numerischen Mathematik zwingend ergeben, und dies bereits in einführenden Veranstaltungen: manches früher für wichtig Gehaltene fällt ersatzlos weg, anderes kommt neu hinzu. Die hier getroffene Auswahl ist natürlich vom fachlichen Geschmack der Autoren geprägt, hat sich allerdings nun bereits in der dritten Auflage dieses erfreulich verbreiteten Lehrbuches bewährt.

Das vorliegende Buch richtet sich in erster Linie an Studierende der Mathematik, Informatik, Natur– und Ingenieurwissenschaften. In zweiter Linie wollen wir aber auch bereits im Beruf stehende Kollegen (und Kolleginnen — hier ein für alle Mal) oder Quereinsteiger erreichen, die sich mit den etablierten modernen Konzepten der Numerischen Mathematik auf elementarer Ebene im Selbststudium vertraut machen wollen. Der Stoff setzt lediglich Grundkenntnisse der Mathematik voraus, wie sie an deutschsprachigen Universitäten in den Grundvorlesungen „Lineare Algebra I/II“ und „Analysis I/II“ üblicherweise vermittelt werden. Weitergehende Kenntnisse werden in diesem einführenden Lehrbuch nicht verlangt. In einer Reihe von Einzelthemen (wie Interpolation oder Integration) haben wir uns bewußt auf den *eindimensionalen* Fall beschränkt. Durchgängiges Muster dieser Einführung ist, wesentliche Konzepte der modernen Numerik, die später auch bei gewöhnlichen und partiellen Differentialgleichungen eine Rolle spielen, bereits hier am einfachst möglichen Problemtyp zu behandeln.

Oberstes Ziel des Buches ist die Förderung des *algorithmischen Denkens*, das ja historisch eine der Wurzeln unserer heutigen Mathematik ist. Es ist kein Zufall, daß neben heutigen Namen auch historische Namen wie Gauss, Newton und Tschebyscheff an zahlreichen Stellen des Textes auftauchen. Die Orientierung auf Algorithmen sollte jedoch nicht mißverstanden werden: gerade effektive Algorithmen erfordern ein gerüttelt Maß an mathematischer Theorie, die innerhalb des Textes auch aufgebaut wird. Die Argumentation ist in der Regel mathematisch elementar; wo immer sinnvoll, wird *geometrische Anschauung* herangezogen — was auch die hohe Anzahl an Abbildungen erklärt. Begriffe wie Skalarprodukt und Orthogonalität finden durchgängig Verwendung, bei endlicher Dimension ebenso wie in Funktionenräumen. Trotz der elementaren Darstellung enthält das Buch zahlreiche Resultate, die ansonsten unpubliziert sind. Darüber hinaus unterscheidet sich auch bei eher klassischen Themen unsere Herleitung von der in herkömmlichen Lehrbüchern.

Der Erstautor hat seit 1978 Vorlesungen zur Numerischen Mathematik gehalten — u.a. an der Technischen Universität München, der Universiät Heidelberg und der Freien Universität Berlin. Er hat die Entwicklung des Gebietes Scientific Computing durch seine wissenschaftliche Tätigkeit über Jahre weltweit mit beeinflußt. Der Zweitautor hatte zunächst seine Ausbildung mit Schwerpunkt Reine Mathematik an der Universität Bonn und ist erst anschließend in das Gebiet der Numerischen Mathematik übergewechselt. Diese Kombination hat dem vorliegenden Buch sicher gutgetan, wie die unveränderte Aktualität der Themen auch in dieser dritten Auflage zeigt.

Gegenüber der zweiten Auflage ist im wesentlichen nur das Kapitel 5.5 über stochastische Eigenwertprobleme hinzugekommen, da diese Problemklasse in den letzten Jahren zunehmend an Bedeutung gewonnen hat und sich für eine elementare Darstellung im Rahmen unseres Gesamtkonzeptes eignet. Darüber hinaus liegt der auf diesem ersten Band aufbauende zweite Band über die Numerik von gewöhnlichen Differentialgleichungen inzwischen bereits in einer überarbeiteten und erweiterten zweiten Auflage [21] vor.

An dieser Stelle nehmen wir gerne die Gelegenheit wahr, eine Reihe von Kollegen zu bedenken, die uns bei diesem Buch auf die eine oder andere Weise besonders unterstützt haben. Der Erstautor blickt dankbar zurück auf seine Zeit als Assistent von R. Bulirsch (TU München, emeritiert seit 2001), in dessen Tradition sich sein heutiger Begriff von Scientific Computing geformt hat. Intensive Diskussionen und vielfältige Anregungen zahlreicher Kollegen sind in unsere Darstellung mit eingeflossen. Einigen Kollegen wollen wir hier zu folgenden Einzelthemen besonders danken: Ernst Hairer und Gerhard Wanner (Universität Genf) zur Diskussion des Gesamtkonzepts des Buches; Wolfgang Dahmen (RWTH Aachen) zu Kapitel 7; Folkmar Bornemann (TU München) zur Darstellung der Fehlertheorie, der verschiedenen Konditionsbegriffe sowie zur Definition des Stabilitätsindikators in Kapitel 2; Dietrich Braess (Ruhruniversität Bochum) zur rekursiven Darstellung der schnellen Fourier–Transformation in Kapitel 7.2. Für die vorliegende dritte Auflage geht unser besonders herzlicher Dank an Rainer Roitzsch (ZIB), ohne dessen in die Tiefe gehende TEX–Kenntnisse dieses Buch nicht hätte erscheinen können, sowie an Erlinda Körnig und Sigrid Wacker für vielfältige Hilfe.

Berlin und Düsseldorf, Januar 2002

Peter Deuflhard und Andreas Hohmann