

Inhaltsverzeichnis

Überblick	1
1 Lineare Gleichungssysteme	3
1.1 Auflösung gestaffelter Systeme	5
1.2 Gaußsche Eliminationsmethode	6
1.3 Pivot-Strategien und Nachiteration	10
1.4 Cholesky-Verfahren für symmetrische, positiv definite Matrizen	18
Übungsaufgaben	21
2 Fehleranalyse	27
2.1 Fehlerquellen	28
2.2 Kondition eines Problems	30
2.2.1 Normweise Konditionsanalyse	32
2.2.2 Komponentenweise Konditionsanalyse	38
2.3 Stabilität eines Algorithmus	42
2.3.1 Stabilitätskonzepte	43
2.3.2 Vorwärtsanalyse	45
2.3.3 Rückwärtsanalyse	51
2.4 Anwendung auf lineare Gleichungssysteme	53
2.4.1 Lösbarkeit unter der Lupe	53
2.4.2 Rückwärtsanalyse der Gauß-Elimination	55
2.4.3 Beurteilung von Näherungslösungen	59
Übungsaufgaben	62
3 Lineare Ausgleichsprobleme	69
3.1 Gaußsche Methode der kleinsten Fehlerquadrate	69
3.1.1 Problemstellung	69
3.1.2 Normalgleichungen	72
3.1.3 Kondition	74
3.1.4 Lösung der Normalgleichungen	77
3.2 Orthogonalisierungsverfahren	79
3.2.1 Givens-Rotationen	81
3.2.2 Householder-Reflexionen	84

3.3	Verallgemeinerte Inverse	88
	Übungsaufgaben	93
4	Nichtlineare Gleichungssysteme und Ausgleichsprobleme	97
4.1	Fixpunktiteration	97
4.2	Newton–Verfahren für nichtlineare Gleichungssysteme	102
4.3	Gauß–Newton–Verfahren für nichtlineare Ausgleichsprobleme	110
4.4	Parameterabhängige nichtlineare Gleichungssysteme	117
	4.4.1 Lösungsstruktur	118
	4.4.2 Fortsetzungsmethoden	120
	Übungsaufgaben	134
5	Lineare Eigenwertprobleme	139
5.1	Kondition des allgemeinen Eigenwertproblems	140
5.2	Vektoriteration	144
5.3	QR –Algorithmus für symmetrische Eigenwertprobleme	147
5.4	Singulärwertzerlegung	154
5.5	Stochastische Eigenwertprobleme	160
	Übungsaufgaben	173
6	Drei–Term–Rekursionen	177
6.1	Theoretische Grundlagen	179
	6.1.1 Orthogonalität und Drei–Term–Rekursionen	179
	6.1.2 Homogene und inhomogene Rekursionen	183
6.2	Numerische Aspekte	186
	6.2.1 Kondition	187
	6.2.2 Idee des Miller–Algorithmus	194
6.3	Adjungierte Summation	196
	6.3.1 Summation von dominanten Lösungen	197
	6.3.2 Summation von Minimallösungen	201
	Übungsaufgaben	205
7	Interpolation und Approximation	209
7.1	Klassische Polynom–Interpolation	210
	7.1.1 Eindeutigkeit und Kondition	210
	7.1.2 Hermite–Interpolation und dividierte Differenzen	214
	7.1.3 Approximationsfehler	223
	7.1.4 Minimax–Eigenschaft der Tschebyscheff–Polynome	225
7.2	Trigonometrische Interpolation	228
7.3	Bézier–Technik	236
	7.3.1 Bernstein–Polynome und Bézier–Darstellung	237
	7.3.2 Algorithmus von de Casteljaun	244

Inhaltsverzeichnis	XV
7.4 Splines	252
7.4.1 Splineräume und B-Splines	253
7.4.2 Splineinterpolation	261
7.4.3 Berechnung kubischer Splines	265
Übungsaufgaben	269
8 Große symmetrische Gleichungssysteme und Eigenwertprobleme	273
8.1 Klassische Iterationsverfahren	275
8.2 Tschebyscheff-Beschleunigung	281
8.3 Verfahren der konjugierten Gradienten	287
8.4 Vorkonditionierung	295
8.5 Lanczos-Methoden	301
Übungsaufgaben	307
9 Bestimmte Integrale	311
9.1 Quadraturformeln	312
9.2 Newton-Cotes-Formeln	316
9.3 Gauß-Christoffel-Quadratur	322
9.3.1 Konstruktion der Quadraturformeln	323
9.3.2 Berechnung der Knoten und Gewichte	329
9.4 Klassische Romberg-Quadratur	332
9.4.1 Asymptotische Entwicklung der Trapezsumme	332
9.4.2 Idee der Extrapolation	334
9.4.3 Details des Algorithmus	341
9.5 Adaptive Romberg-Quadratur	344
9.5.1 Adaptives Prinzip	345
9.5.2 Schätzung des Approximationsfehlers	347
9.5.3 Herleitung des Algorithmus	350
9.6 Schwierige Integranden	357
9.7 Adaptive Mehrgitter-Quadratur	361
9.7.1 Lokale Fehlerschätzung und Verfeinerungsregeln	361
9.7.2 Globale Fehlerschätzung und Details des Algorithmus	365
Übungsaufgaben	369
Software	373
Literatur	375
Index	383